

Introduktion

Ved udendørs musik er det især de dybe toner, der høres i stor afstand fra scenen, og det kan være generende for den kunstneriske udfoldelse på en naboscene eller for beboelse i en vis afstand fra koncertstedet. Problemet skyldes især det forhold at baslydene flyder lige godt i alle retninger og derfor ikke koncentrerer foran scenen, sådan som mellemtoner og diskant gør. Dertil kommer at de dybe toner ikke dæmpes væsentligt af publikum og de påvirkes ikke ret meget af fysiske begrænsninger som bakker og huse. Derfor breder de dybe lyde sig langt væk fra scenen, så man til sidst kun hører bassen og stortrommen.

En del firmaer har retningsbestemte højtalere på deres program, men det er så vidt vides især mellemtonen der refereres til, hvorimod denne artikel giver et oplæg til konstruktion af en retningsbestemt højttaler, hvor det er funktionen af de dybeste toner der er i centrum. Der er opnået en sidedæmpning på 6 dB i forhold til den direkte lyd og mere end 10 dB for lyden bagud, hvilket subjektivt svarer til en halvering af signalets lydstyrke. Det beskrevne højttalersystem består af fremadrettede og bagudrettede højtalere, to effektforstærkere samt et filterkredsløb, og det er virksomt ned til den dybeste tone fra en bas.

Artiklen repræsenterer et rent teoretisk arbejde, idet det ikke har været muligt at afprøve det i praksis. Hvis en virksomhed er interesseret i at afprøve teorien, så står jeg gerne til rådighed i det omfang der kan lade sig gøre. En hage ved systemet er at der involveres forholdsvis store elektriske effekter for at kunne opretholde et stort lydtryk ved de dybeste toner.

Designet kan forhåbentlig medvirke til et forbedret akustisk miljø ved udendørs koncerter, og der kan muligvis også opnås fordele ved brug indendørs.

Frekvensområde

Højttaleren regnes ofte for en punktformet lydkilde, men det er kun ved lave frekvenser at den antagelse holder; for ved høje frekvenser vil en højttaler primært rette lyden fremad. Grunden kaldes *diffraction* og egenskaben betegnes *direktivitet*. Højttalerenheden selv er direktiv ved høje frekvenser på grund af den fysiske udstrækning. Grænsen er der, hvor lydens bølgelængde bliver lille i forhold til højttalerenhedens omkreds. Det er over 500 Hz for en 200 mm enhed (8 tommer) og over 350 Hz for en 300 mm enhed (12 tommer).

Tilsvarende vil højttalerens kabinet også påvirke lydudstrålingen på grund af diffraction ved kabinettets kanter, og grænsefrekvensen kan beregnes på samme måde som ovenfor, så et kabinet med sidelængderne 400 mm og 600 mm vil i alt have en perimeter på 2 m og bliver direktiv ved cirka 150 Hz. Diffractionen påvirker også højttalerens frekvensgang, men det falder udenfor rammerne af denne artikel at gå ind på en diskussion heraf; en introduktion er tilgængelig i [1].

Som en sammenfatning er en højttaler ikke retningsbestemt under cirka 200 Hz, og da den dybeste tone af interesse ved rock og jazz er cirka 40 Hz (den dybe streng på bassen) skal det retningsbestemte system kunne håndtere frekvensområdet fra 40 til 200 Hz. Den dybeste frekvens fra en stortromme forventes at ligge i det samme interval, idet den ofte gengives over et PA-anlæg, hvor højttalerene sætter den nedre grænse.

Punktlydkilde

Ved lave frekvenser beskrives en højttaler som en punktlydkilde ved følgende formel [1], hvor $p(r)$ er lydtrykket i afstanden r , k er bølgetallet, der repræsenterer frekvensen, ρ er luftens massefylde ($1,2 \text{ kg/m}^3$), c er lydens hastighed (343 m/s) og q er enhedens volumehastighed der måles i kubikmeter per sekund.

$$p(r) = \frac{ik\rho c}{4\pi r} \exp(-ikr)q \quad \text{hvor} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c}$$

Den imaginære enhed i repræsenterer en fasedrejning på 90° og eksponentialfunktionen angiver fasedrejningen som følge af afstanden til lyttepositionen. Volumehastigheden er et mål for hvor meget luft højttalerens membran flytter, og er givet ved hastigheden af membranen gange med dens areal. Som det kan ses, vil lydtrykket stige med frekvensen (fordi k er proportional med frekvensen), men for alle elektrodynamiske højttalere vil membranens hastighed aftage med frekvensen i det aktive område, så de to effekter ophæver hinanden og giver det velkendte konstante lydtryk fra en højttaler. Det forhold er gyldigt fra højttalerens resonans ($f_0 \approx 60 \text{ Hz}$) og indtil den bliver direktiv, hvilket som nævnt sker 2 til 3 oktaver højere. Ved højere frekvenser kan lydtrykket udmærket være konstant, men det skyldes i højere grad designet af højttaleren og kabinettet.

Det er relativt enkelt at beregne volumehastigheden ud fra højttalerens parametre og den påtrykte spænding fra forstærkeren, og resultatet bliver som vist herunder [1], hvor S_D er arealet af højttalerens membran (m^2), Bl er kraftfaktoren (N/A), der består af magnetens styrke gange med trådlængden i magnetspalten, M_M er massen af det bevægelige system (kg), der består af membran, svingspole og den medsvingende luftmasse, samt R_E der er svingspolens elektriske modstand (cirka 6Ω).

$$p(r) = \frac{i\rho}{4\pi r} \frac{S_D Bl E_G}{M_M R_E} \exp(-ikr) \quad \text{hvor} \quad f_0 < f$$

Indsættes værdierne fra typiske bashøjttalere findes et lydtryk cirka 3 dB under den oplyste værdi, hvilket skyldes at målemetoden inkluderer montage af højttaleren i en baffel eller et kabinet, og derfor ikke er helt fri for reflekterende flader.

Membranens diameter a skal være lille i forhold til frekvensen, hvilket anses for opfyldt for $ka < 1$, som kan omsættes til en den tidligere nævnte øvre grænsefrekvens.

$$ka < 1 \quad \Rightarrow \quad f < \frac{c}{2\pi a}$$

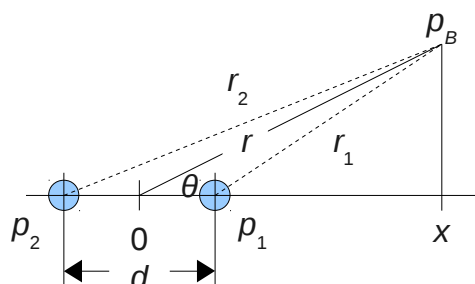
I det følgende vil der blive benyttet en komprimeret udgave af formelen for højttaleren, hvor alle led, der refererer til de elektriske, mekaniske og akustiske forhold samles i en enkelt faktor, der kaldes for H og som er unik for en given højttaler. Den inkluderer alle de nævnte størrelser undtagen afstanden r og forstærkerens udgangsspænding E_G . Selv om der indgår mange parametre er værdien for en typisk bashøjttaler forholdsvis veldefineret med en typisk værdi som angivet.

$$p(r) = \frac{H E_G}{r} \exp(-ikr), \quad H = \frac{i\rho}{4\pi} \frac{S_D Bl}{M_M R_E} \approx 0,3 \text{ Pa m/V}$$

Bipolar højtaler

Det er velkendt at en retningsbestemt mikrofon kan opbygges ved brug af to mikrofoner; den ene med en karakteristisk, der er uafhængig af retningen, hvorimod den anden har en bipolar karakteristisk. Noget tilsvarende må gælde for højtalere, men som det vil ses af det følgende er det ikke uden en del problemer, som skal løses undervejs imod målet.

To ens højtalere anbringes i den indbyrdes afstand d og signalet til højtalere nummer to inverteres. I det følgende beregnes det resulterende lydtryk i enhver position omkring højtalerskomplekset, hvor 0° angiver akse fra frontretningen af højtalere 1.



1 – En bipolar højtaler er repræsenteret ved to punktformede lydkilder hvor den ene er inverteret. Lydtrykket beregnes i en passende stor afstand fra lydkilderne og under en vinkel i forhold til akseretningen.

Modellen er gyldig for en almindelig højtalerenhed uden noget kabinet (fronten er p_1 og bagsiden er p_2 , med afstanden d svarende til radius af enheden), men den kan lige vel benyttes for to separate højtalere i hvert sit kabinet. I tegningen ses at afstanden angives som radius r fra centrum mellem de to lydkilder og med den indbyrdes afstand d bliver de to individuelle afstande bestemt ved cosinus-reglen [2-68]. For at simplificere udtrykkene forudsættes det at lyttepositionen ligger i så stor afstand fra lydkilderne at kvadratet på $d/2$ kan ignoreres.

$$\begin{aligned} r_1^2 &= r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 - 2r\frac{d}{2}\cos(\theta) \\ r_2^2 &= r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 + 2r\frac{d}{2}\cos(\theta) \end{aligned} \quad \xrightarrow{r \gg d} \quad \begin{aligned} r_1^2 &= r^2 - rd\cos(\theta) \\ r_2^2 &= r^2 + rd\cos(\theta) \end{aligned}$$

Den fælles afstand r flyttes udenfor som en faktor og kvadratet på afstanden fjernes ved at benytte en kvadratrods. Endelig udnyttes det igen at afstanden er stor, så kvadratoden kan simplificeres til de to første led af en Taylor serieudvikling [2-196].

$$\begin{aligned} r_1 &= r\sqrt{1 - \frac{d}{r}\cos(\theta)} \\ r_2 &= r\sqrt{1 + \frac{d}{r}\cos(\theta)} \end{aligned} \quad \xrightarrow{r \gg d} \quad \begin{aligned} r_1 &= r\left[1 - \frac{d}{2r}\cos(\theta)\right] \\ r_2 &= r\left[1 + \frac{d}{2r}\cos(\theta)\right] \end{aligned}$$

Lydtrykket i et punkt foran den bipolare højtaler kaldes $p_B(r)$ og dannes ved at addere lydtrykket fra de to lydkilder, der ligger henholdsvis i afstanden r_1 og r_2 . Når der optræder et minus skyldes det at lydtrykket for lydkilde 2 er forudsat inverteret.

$$p_B(r) = p_1(r_1) - p_2(r_2)$$

Udtrykket for $p(r)$ indsættes.

$$p_B(r) = \frac{H E_G}{r_1} \exp(-kr_1) - \frac{H E_G}{r_2} \exp(-ikr_2)$$

I stor afstand er lydtrykket fra de to lydkilder stort set det samme, og det kan udnyttes til en forenkling ved at benytte substitutionerne $r_1 \approx r$ og $r_2 \approx r$. Det samme er ikke tilladeligt for argumentet til eksponentialfunktionen, idet den repræsenterer fasen af signalet.

$$p_B(r) = \frac{H E_G}{r} \left(\exp(-ikr[1 - \frac{d}{2r} \cos(\theta)]) - \exp(-ikr[1 + \frac{d}{2r} \cos(\theta)]) \right)$$

Parenteserne i de to eksponentialfunktioner ganges ud og det fælles led $\exp(-ikr)$ sættes udenfor. Ledet repræsenterer fasen på grund af afstanden, men det er kun leddene inden i den store parentes er af interesse da de står for forskellen mellem de to lydkilder.

$$p_B(r) = \frac{H E_G}{r} \exp(-ikr) \left(\exp(\frac{ikd}{2} \cos(\theta)) - \exp(\frac{-ikd}{2} \cos(\theta)) \right)$$

Leddene inde i parentesen kan forenkles ved at udtrykke differensen mellem de to eksponentialfunktioner som to gange den hyperbolske sinus [2-122].

$$p_B(r) = \frac{H E_G}{r} \exp(-ikr) 2 \sinh(\frac{ikd}{2} \cos(\theta))$$

Endelig antages det at $kd < 1$, hvilket tillader den hyperbolske sinus at blive simplificeret til det første led af Taylor-serieudviklingen [2-197]: $\sinh(x) \approx x$.

$$p_B(r) = \frac{H E_G}{r} \exp(-ikr) ikd \cos(\theta), \quad r \gg d$$

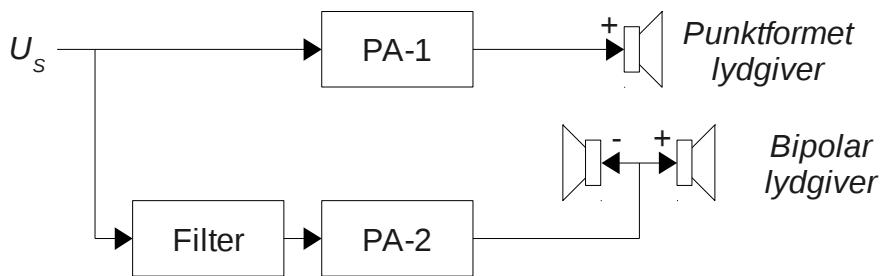
Udtrykket indeholder nogle led, som adskiller det fra det simple udtryk for en punktformet lyd giver. De nye led viser at frekvensen indgår gennem bølgetallet k , så lydtrykket bliver proportionalt med frekvensen, og det kræver en aktion på et senere tidspunkt for at opnå en jævn frekvensgang. Dertil kommer afstanden d imellem de to lydkilder, der virker som en art styrkekontrol og stiller krav til forstærkeren når der skal præsteres et stort lydtryk. Endelig indgår vinklen til lyttepositionen i forhold til akseretningen, og den viser at det største lydtryk opnås enten i akseretningen foran højtalersystemet eller direkte bagved højtalersystemet, samt at lydtrykket skifter fortegn fra foran til bagved, og at der ikke udstråles nogen effekt vinkelret på højtalersystemet. Det er denne egenskab, der er vigtig for opbygning af en retningsbestemt højtaler; leddet med kd er blot en udfordring.

Forudsætningen om $kd < 1$ kan omsættes til en største afstand mellem lydkilderne. Som nævnt ovenfor skal anlægget kunne anvendes op til cirka 200 Hz og det kræver at afstanden mellem enhederne i den bipolære højtaler ikke kommer over 270 mm. Det kan være ganske svært at opnå i praksis, men de efterfølgende simuleringer viser ikke et stort problem ved at ignorere kravet.

$$kd < 1 \Rightarrow d < \frac{c}{2\pi f}$$

Retningsbestemt højtaler

Banen er nu kridtet op til at beregne det resulterende lydtryk foran et højtalersystem med en punktformet lydkilde og en bipolar lydkilde. Den indledende analyse gav som resultat, at signalet til den bipolære højtaler skal korrigeres for at opnå en jævn frekvensgang, så oplægget vil benytte to effektforstærkere; en for den punktformede lyd giver (PA-1) og en anden for de bipolære lyd giver (PA-2), og dertil et filterkredsløb, som fastlægges senere. Det er en forudsætning at de to forstærkere har samme karakteristik, hvilket især vil sige at de har præcis den samme elektriske forstærkning. Hvis det ikke er tilfældet er det nødvendigt at medtage forskellen ved designet af filteret.



2 – Opbygning af forstærkeranlægget for en retningsbestemt højtaler, der indeholder et elektrisk filterkredsløb og to effektforstærkere.

Komplekset består af en punktformet lydkilde beskrevet ved $p(r)$ og en bipolar lydkilde beskrevet ved $p_B(r)$, og det resulterende lydtryk i et givet punkt beregnes ved addition.

$$p_R(r) = p(r) + p_B(r)$$

Som nævnt tidligere skal lydtrykket fra den bipolare lyd giver kompenseres for at modvirke proportionaliteten med frekvensen og afhængigheden af afstanden mellem højtalerene, så forstærkerens udgangssignal vil som en start blive udtrykt ved E_G for den punktformede lyd giver og E_{GB} for den bipolare lyd giver.

$$p_R(r) = \frac{HE_G}{r} \exp(-ikr) + \frac{HE_{GB}}{r} \exp(-ikr) ikd \cos(\theta)$$

Første led er $p(r)$ og hvis E_{GB} ganges med E_G/E_G kan andet led skrives som lydtrykket fra en punktformet lydkilde ganget med et korrigerende led, som afhænger af frekvensen, afstanden mellem lydkilderne og vinklen til lyttepositionen.

$$p_R(r) = \left(1 + ikd \cos(\theta) \frac{E_{GB}}{E_G} \right) p(r)$$

For at opnå et konstant lydtryk i lyttepositionen foran højtalersystemet skal parentesens værdi være konstant overfor variation i frekvensen. I akseretningen er $\cos(0) = 1$ og den søgte konstant kaldes K .

$$1 + ikd \frac{E_{GB}}{E_G} = K \Rightarrow E_{GB} = \frac{K-1}{ikd} E_G$$

Det er åbenlyst at K er større end 1, for ikke at give den trivielle løsning, men udtrykket tillader ikke umiddelbart en fastlæggelse af værdien, så interessen vendes i stedet efter at

opnå en stor dæmpning af signalet modsat akseretningen. Her er $\cos(180^\circ) = -1$ og det resulterende udtryk er identisk med det tidligere for $K = 2$; det vil sige at den størst mulige dæmpning bag ved højtalersystemet opnås ved en fordobling af lydtrykket i akseretningen.

$$1 - ikd \frac{E_{GB}}{E_G} = 0 \Rightarrow E_{GB} = \frac{E_G}{ikd}$$

Lydtrykket i akseretningen beregnes af følgende udtryk. Ved analysen var $E_G = 6,7$ V for at placere kurven så den er let at aflæse (det svarer til 6 W i 8Ω). Med $H = 0,3$ Pa m/V og afstanden $r = 10$ m er den beregnede værdi at lydtrykket i akseretningen på 86 dB.

$$p(r) = 20 \log_{10} \left(\frac{2 H E_G}{r p_{REF}} \right) \text{ dB} \quad \text{hvor} \quad p_{REF} = 20 \mu \text{Pa}$$

Division med ik repræsenterer integration af signalet, idet leddet ik kan omskrives gennem sin definition til $i2\pi f/c$, hvor $i2\pi f$ er frekvensvariablen s fra Laplace-transformationen, og i dette domænet beskrives en integration ved $1/s$. Af hensyn til den kommende analyse vil der indføres en parameter, der kaldes for ω_B og som vil komme til at repræsentere en art nedre grænsefrekvens for den bipolare højttaler.

$$E_{GB} = \frac{E_G}{ikd} = \frac{E_G c}{i2\pi f d} = \frac{E_G c}{d} \frac{1}{s} = \frac{E_G c}{\omega_B d} \frac{\omega_B}{s} \quad \text{hvor} \quad \omega_B = 2\pi f_B$$

Integration er mulig med en digital signalprocessor, men den praktiske implementering vil ofte ende med at være et lavpasfilter, for derved at undgå problemer med DC. Det betyder at leddet ω_B/s vil blive erstattet med det tilsvarende udtryk for et lavpasfilter, og for at være virksom skal grænsefrekvensen vælges så tilpas lav at den ikke påvirker den tilsigtede funktion. Det kan opnås ved at vælge grænsefrekvensen til $f_B = 40$ Hz, som så bliver den nedre grænse for højtalersystemets retningsbestemte virkning. Ledet $c/\omega_B d$ har ingen dimension og svarer til en justering af forstærkningen for den valgte afstand mellem højtalerenhederne og den valgte nedre grænsefrekvens. Denne forstærkning vil her blive betegnet med A , og udtrykket for signalet til den bipolare lydkilde er nu fastlagt.

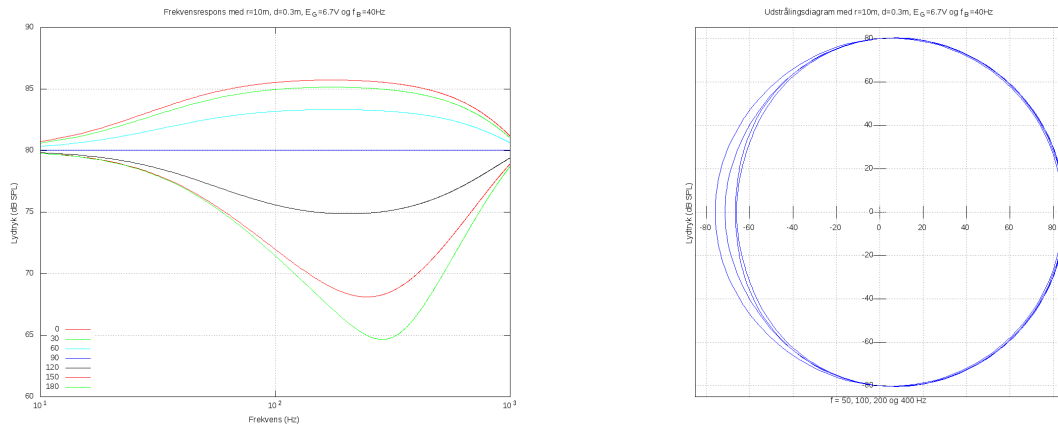
$$E_{GB} = A \frac{\omega_B}{s + \omega_B} E_G \quad \text{hvor} \quad A = \frac{c}{\omega_B d} = \frac{c}{2\pi f_B d}$$

Med $d = 300$ mm og $f_B = 40$ Hz bliver den nødvendige forstærkning på 4,6 gange signalet til den punktformede lyd giver. Det betyder at signaleffekten til den bipolære højttaler skal dimensioneres til $A^2 = 21$ gange effekten til den punktformede lyd giver, så med en nominel effekt på 100 W skal der dimensioneres med en 2 kW forstærker til den bipolære højttaler, for at kunne levere det nødvendige lydtryk ved de dybeste bastoner. Det er en væsentlig ulempe ved designet, om end det er indenfor rækkevidde med den moderne teknologi for forstærker- og højttaleranlæg.

Simulering

Resultatet af modellen vises nedenfor ved en simulering i Octave og koden vises senere i afsnittet. Modellen benytter $p_B(r)$ med hyperbolsk sinus og resultatet beregnes ved addition af $p(r)$ med $p_B(r)$ for at undgå begrænsningerne fra de sidste simplifikationer i analysen.

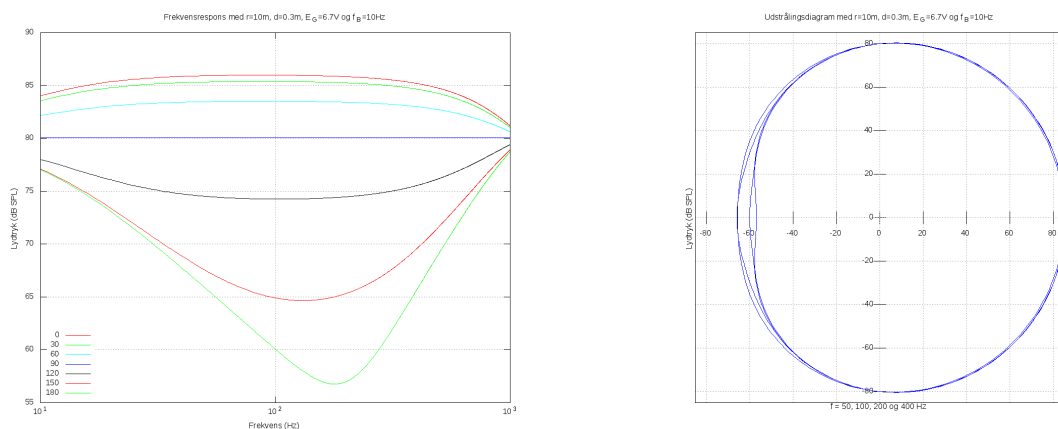
Amplituden i akseretningen er jævn med -3 dB ved 30 Hz og 700 Hz, hvilket er bedre end forventet. Amplituden vinkelret på akse er helt jævn og ligger 6 dB under niveauet i akseretningen, så sidedæmpningen er 6 dB. Niveauet er kun lidt påvirket af afvigelser fra akseretningen med blot 3 dB reduktion ved $\pm 60^\circ$. I modsat retning aftager niveauet med frekvensen og er 18 dB under akseretningens niveau ved 300 Hz, med en ganske brugbar dæmpning på cirka 10 dB i forhold til akseretningen fra 70 til 700 Hz.



3 – Resulterende frekvensgang i syv forskellige retninger fra højttaleren ved en grænsefrekvens på $f_B = 40$ Hz. Beregningen benytter $E_G = 6,7$ V for et niveau på 86 dB i en afstand på 10 m; det svarer til 6 W fra PA-1 og 120 W fra PA-2 ved 8Ω nominel impedans.

Som det ses betyder en overskridelse af kravet $kd < 1$ at dæmpningen i sideretning og bagud reduceres over cirka 200 Hz. Frekvensen passer godt med den beregnede grænse på 180 Hz med $d = 300$ mm. Dæmpningen af signalet bliver dog ikke ringere end 6 dB i forhold til akseretningen indenfor det analyserede frekvensområde, og for frekvenser over 200 Hz er højttaleren begyndt at blive direktiv så en stor dæmpning er ikke påkrævet.

Det er muligt at brede det aktive område ud ved at sænke grænsefrekvensen, som vist med $f_B = 10$ Hz hvor dæmpningen bagud nu er 10 dB i forhold til akseretningen i området fra 40 til 200 Hz. Den større forstærkning på $A = 18$ kræver ikke mere af forstærkeren, for den dybeste tone af interesse er stadig 40 Hz. Resultatet kan tolkes som at fasedrejningen på grund af filtret ikke er optimal og at det var bedre med en ren integration.



4 – Resulterende frekvensgang i syv forskellige retninger fra højttaleren ved en grænsefrekvens på $f_B = 10$ Hz giver bedre resultat end ved den planlagte grænsefrekvens på 40 Hz.

Konklusionen på den indledende analyse er derfor, at et retningsbestemt højttalersystem kan opbygges, og at der kan opnås en brugbar dæmpning af lydtrykket i både sideretning og bagud på mindst 6 dB for frekvenser i området fra 40 til 200 Hz. Komplikationen ved den beskrevne metode er, at der skal anvendes et system med tre højttalerkabinetter, to forstærker og et filtersystem, samt at den ene forstærker skal kunne levere 2 kW.

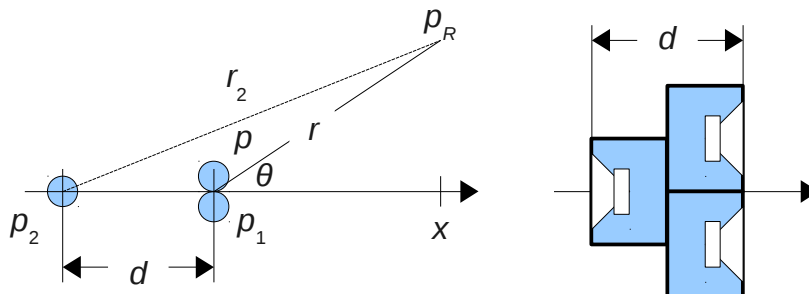
Kildekoden vises herunder.

```
% FrekvensPlot.m
H=0.3; % Højttalerfaktor (Pa m/V).
r=10; % Afstand til lytteposition (m).
c=343; % Lydhastighed (m/s).
d=0.3; % Indbyrdes afstand (m).
EG=6.7; % Signal (V).
fB=40; % Grænsefrekvens (Hz).
wB=2*pi*fB; % Lavpasfilter (rad/s).
A=c/(wB*d); % Forstærkningsfaktor (-).
f=10:1:1000; % Frekvensakse (Hz).
k=2*pi*f/c; % Bølgetal (1/m).
s=i*2*pi*f; % Laplacevariable (rad/s).
EGB=A*(wB./(s+wB))*EG; % Lavpasfiltreret signal (V).
pref=20e-6; % Referencelydtryk (20 uPa).
for v=0:6
    theta=v*pi/6;
    p1=(H*EG/r)*exp(-i*k*r);
    p2=(H*EGB/r)*exp(-i*k*r)*2.*sinh(i*k*d/2)*cos(theta);
    pR=20*log10(abs(p1+p2)/pref);
    if (v==0); semilogx(f,pR,'-r') end
    if (v==1); semilogx(f,pR,'-g') end
    if (v==2); semilogx(f,pR,'-c') end
    if (v==3); semilogx(f,pR,'-b') end
    if (v==4); semilogx(f,pR,'-k') end
    if (v==5); semilogx(f,pR,'-r') end
    if (v==6); semilogx(f,pR,'-g') end
end
hold on
end
hold off
grid on
title(['Frekvensrespons med r=' num2str(r), 'm, d=' num2str(d) 'm, ' ...
'E_G=' num2str(EG) 'V og f_B=' num2str(fB) 'Hz'])
xlabel('Frekvens (Hz)')
ylabel('Lydtryk (dB SPL)')
legend('0','30','60','90','120','150','180','Location','SouthWest')
print -dpng /home/tore/Dokumenter/Akustik/RetningsbestemtLyd giver/printfile.png

% PolarPlot.m
H=0.3; % Højttalerfaktor (Pa m/V).
r=10; % Afstand til lytteposition (m).
c=343; % Lydhastighed (m/s).
d=0.3; % Indbyrdes afstand (m).
EG=6.7; % Signal (V).
fB=40; % Grænsefrekvens (Hz).
wB=2*pi*fB; % Lavpasfilter (rad/s).
A=c/(wB*d); % Forstærkningsfaktor (-).
for n=0:3
    f=round(50*2^n)
    k=2*pi*f/c; % Bølgetal (1/m).
    s=i*2*pi*f; % Laplacevariable (rad/s).
    EGB=A*(wB./(s+wB))*EG; % Lavpasfiltreret signal (V).
    pref=20e-6; % Referencelydtryk (20 uPa).
    theta=0:pi/100:2*pi;
    p1=(H*EG/r)*exp(-i*k*r);
    p2=(H*EGB/r)*exp(-i*k*r)*2.*sinh(i*k*d/2)*cos(theta);
    pR=20*log10(abs(p1+p2)/pref);
    polar(theta,pR)
    hold on
end
hold off
grid on
title(['Udstrålingsdiagram med r=' num2str(r), 'm, d=' num2str(d) 'm, ' ...
'E_G=' num2str(EG) 'V og f_B=' num2str(fB) 'Hz'])
xlabel('f = 50, 100, 200 og 400 Hz')
ylabel('Lydtryk (dB SPL)')
print -dpng /home/tore/Dokumenter/Akustik/RetningsbestemtLyd giver/printfile.png
```

Model

Det er forudsat at højttalersystemet benytter punktet imellem enhederne for den bipolare lyd giver som reference, hvilket dermed placerer den punktfornede lyd giver midt imellem enhederne fra den bipolare lyd giver. Et mere praktisk arrangement vil dog placere de to frontenheder med membranerne i samme plan og den sidste enhed vil være placeret i afstanden d bagved dette plan. Det giver en ændring af de akustiske forhold, som derfor skal undersøges.



5 – Enhederne er nu arrangeret med de to i-fase enheder i samme plan (p og p_1) og med den bagvendte enhed (p_2) i afstanden d bagved. Modellen antager ikke nogen specifik udformning af den praktiske konstruktion, så eksemplet med tre separate kabinetter er kun til orientering.

Igen antages det at lydtrykket fra enhederne er givet ved den fælles afstand r , mens fasen

er afhængig af den faktiske afstand. Med henvisning til figuren bestemmes afstanden til den bagvendte enhed r_2 ved hjælp af cosinus-relationen [2-68] hvor den indre vinkel ved p og p_1 er $\pi - \theta$ og derefter omskrives $\cos(\pi - \theta)$ med en formelsamling [2-127] til $-\cos(\theta)$. Endelig ignoreres leddet med kvadratet på d , da det er lille i forhold til de øvrige led.

$$r_2^2 = d^2 + r^2 - 2dr \cos(\pi - \theta) \Rightarrow r_2^2 = r^2 \left(1 + 2 \frac{d}{r} \cos(\theta)\right)$$

Som før, tages kvadratroden på begge sider og de første led Taylor-serieudviklingen for kvadratroden [2-196] benyttes til at simplificere udtrykket.

$$r_2 = r \sqrt{1 + 2 \frac{d}{r} \cos(\theta)} \Rightarrow r_2 = r \left(1 + \frac{d}{r} \cos(\theta)\right)$$

Lydtrykket i lyttepositionen er beskrevet ved afstanden r fra højttalerkompleksets front og vinklen θ i forhold til akseretningen og findes ved en addition af de tre bidrag, hvor sidste led har negativt fortegn på grund af inversionen af signalet.

$$p_R(r) = p(r) + p_1(r) - p_2(r_2)$$

Det antages at tilnærmelsen $r_2 \approx r$ kan benyttes for lydtrykkets afhængighed af afstanden, hvorimod for fasen beregnes af udtrykket for r_2 .

$$p_R(r) = \frac{H E_G}{r} \exp(-ikr) + \frac{H E_{GB}}{r} \exp(-ikr) - \frac{H E_{GB}}{r} \exp(-ikr_2)$$

Herefter indføres udtrykkene for signalet til den bipolare højttaler E_{GB} og afstanden r_2 .

$$p_R(r) = \frac{H E_G}{r} \exp(-ikr) + \frac{H}{r} A \frac{\omega_B}{s + \omega_B} E_G \exp(-ikr) - \frac{H}{r} A \frac{\omega_B}{s + \omega_B} E_G \exp(-ikr(1 + \frac{d}{r} \cos(\theta)))$$

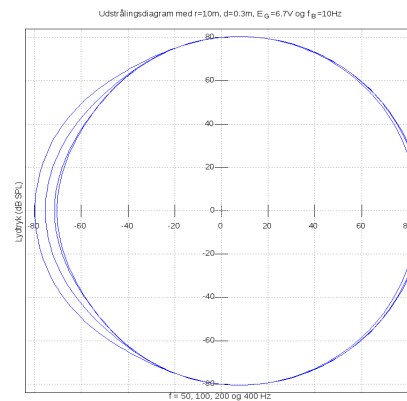
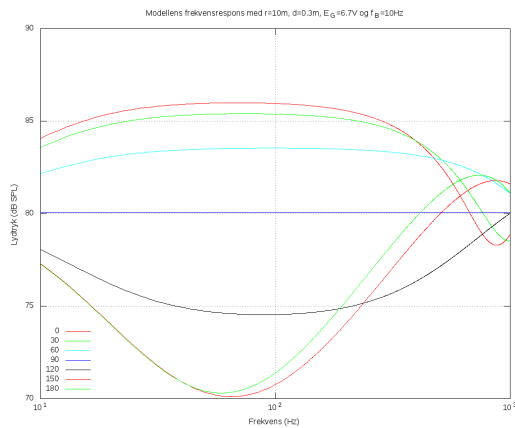
De fælles led sættes udenfor parenteser og giver et udtryk for lydtrykket i lyttepositionen.

$$p_R(r) = \frac{H E_G}{r} \exp(-ikr) \left(1 + A \frac{\omega_B}{s + \omega_B} [1 - \exp(-ikd \cos(\theta))] \right)$$

Det er muligt at reducere udtrykket yderligere, men det tjener ikke noget formål, da den nuværende form er velegnet til numerisk analyse.

Amplituden i akseretningen er jævn med -3 dB ved 500 Hz og en variation i vinklen giver det samme billede som tidligere, så effekten af at flytte den punktformede lyd giver frem er ikke generende for lyden på frontsiden af komplekset. Dæmpningen i sideretningen er uændret, og holder 6 dB over det væsentlige frekvensområde fra 40 til 200 Hz.

Dæmpningen modsat akseretningen er påvirket af flytningen, men der opnås over 10 dB i hele det vigtige område fra 40 til 200 Hz. Dog noteres en kraftig stigning i niveauet over 500 Hz, som reaktion på de ændrede faseforhold, der bliver mærkbare når frekvensen stiger. Som nævnt tidligere er højttalersystemet direkte fra cirka 200 Hz så den ringere dæmpning bagud er uden større interesse.



6 – Model med frontenhederne i samme plan og den bagvendte enhed forskudt afstanden d .

Kildekoden vises herunder.

```
% FrekvensPlotModel.m
H=0.3; % Højttalerfaktor (Pa m/V).
r=10; % Afstand til lytteposition (m).
c=343; % Lydhastighed (m/s).
d=0.3; % Indbyrdes afstand (m).
EG=6.7; % Signal (V).
fB=10; % Grænsefrekvens (Hz).
wB=2*pi*fB; % Lavpasfilter (rad/s).
A=c/(wB*d); % Forstærkningsfaktor (-).
f=10:1:1000; % Frekvensakse (Hz).
k=2*pi*f/c; % Bølgetal (1/m).
s=i*2*pi*f; % Laplacevariable (rad/s).
pref=20e-6; % Reference lydtryk (20 uPa).
for v=0:6
    theta=v*pi/6;
    p=(H*EG/r)*exp(-i*k*r)*(1+A*(wB./(s+wB)))*(1-exp(-i*k*d*cos(theta)));
    pR=20*log10(abs(p)/pref);
    if (v==0); semilogx(f,pR,'-r') end
    if (v==1); semilogx(f,pR,'-g') end
    if (v==2); semilogx(f,pR,'-c') end
    if (v==3); semilogx(f,pR,'-b') end
    if (v==4); semilogx(f,pR,'-k') end
    if (v==5); semilogx(f,pR,'-r') end
    if (v==6); semilogx(f,pR,'-g') end
end
hold on
end
hold off
grid on
title(['Modellens frekvensrespons med r=' num2str(r), 'm, d=' num2str(d) 'm, ' ...
'E_G=' num2str(EG) 'V og f_B=' num2str(fB) 'Hz'])
xlabel('Frekvens (Hz)')
ylabel('Lydtryk (dB SPL)')
legend('0','30','60','90','120','150','180','Location','SouthWest')
print -dpng /home/tore/Dokumenter/Akustik/RetningsbestemtLyd giver/printfile.png

% PolarPlotModel.m
H=0.3; % Højttalerfaktor (Pa m/V).
r=10; % Afstand til lytteposition (m).
c=343; % Lydhastighed (m/s).
d=0.3; % Indbyrdes afstand (m).
EG=6.7; % Signal (V).
fB=10; % Grænsefrekvens (Hz).
wB=2*pi*fB; % Lavpasfilter (rad/s).
A=c/(wB*d); % Forstærkningsfaktor (-).
for n=0:3;
    f=round(50*2^n);
    k=2*pi*f/c;
    s=i*2*pi*f;
    EGB=A*(wB./(s+wB))*EG;
    pref=20e-6;
    theta=0:pi/100:2*pi;
    p=(H*EG/r)*exp(-i*k*r)*(1+A*(wB./(s+wB)))*(1-exp(-i*k*d*cos(theta)));
    pR=20*log10(abs(p)/pref);
    polar(theta,pR)
    hold on
end
hold off
grid on
title(['Udstrålingsdiagram med r=' num2str(r), 'm, d=' num2str(d) 'm, ' ...
'E_G=' num2str(EG) 'V og f_B=' num2str(fB) 'Hz'])
xlabel('f = 50, 100, 200 og 400 Hz')
ylabel('Lydtryk (dB SPL)')
print -dpng /home/tore/Dokumenter/Akustik/RetningsbestemtLyd giver/printfile.png
```

Simplifikation

Et system med tre højttalere er forholdsvis komplekst, og da to af dem desuden arbejder i parallel er det oplagt at kombinere de to fronthøjttalere til én. Som det ses af formlen på side 2 er lydtrykket fra den enkelte højttaler beskrevet gennem tre størrelser: konstanten H , der repræsenterer alle højttalerens parametre, afstanden r og det elektriske signal E_G . Det akustiske lydtryk i en given position er derfor direkte proportional med E_G . Det kan med andre ord lade sig gøre at addere de to elektriske signaler til frontens højttaler og opnå det samme resultat som ved brug af individuelle højttalere. Resultatet af analysen viste at det ikke var en god idé at indføre et lavpasfilter frem for den integration som formlerne angav, så det elektriske signal E_F til fronthøjttaleren vil med fordel anvende den oprindelige definition af filterkredsløbet.

$$E_F = E_G + E_{GB} \Rightarrow E_F = \left(1 + \frac{c}{i2\pi f d}\right) E_G$$

Nævneren omskrives igen ved brug af Laplace-operatoren s og signalet til fronthøjtaleren bliver det oprindelige signal E_G med et kraftigt basløft. Det sætter ind ved en frekvens givet ved afstanden mellem enhederne, så med $d = 300$ mm starter basløftet ved $f_d = 180$ Hz og når op på 4,4 gange det nominelle niveau ved den dybeste tone. Det er nogenlunde det samme som en baskontrol, der skrues godt op.

$$E_F = \left(\frac{i2\pi f d + c}{i2\pi f d} \right) E_G = \left(\frac{s + \omega_d}{s} \right) E_G \quad \text{hvor} \quad \omega_d = \frac{c}{d} \Rightarrow f_d = \frac{c}{2\pi d}$$

Udtrykket for den bagvendte højtaler bliver en ren integration af signalet, så de to kanaler opfører sig ens ved lave frekvenser; det er derfor ret enkelt at foretage en kontrol af om funktionen er korrekt opsat. De to signaler skal have samme amplitude, men modsat fase ved lave frekvenser, så anlægget er forkert opsat hvis højtaleren har meget kraftig bas ude i lyttepositionen. Den bagvendte højtaler bærer ikke et nyttesignal ved højere frekvenser og ligger under det direkte signal i niveau fra f_d og op, hvilket medvirker til at dæmpe lyden i denne retning. Signalinversionen bør lægges ind i filterkredsløbet (som vist) så den elektriske forbindelse mellem højtaler og forstærker kan benytte standardkabler og dermed undgå en mulig forvirring ved opsætningen.

$$E_B = -\frac{c}{i2\pi f d} E_G = -\frac{\omega_d}{s} E_G$$

Der spares et højtalerkabinet ved denne øvelse, til gengæld skal begge forstærkere have den samme effektklasse. Med $f_d = 180$ Hz kræves der $(180/40)^2 = 4,5^2 \approx 20$ gange den nominelle effekt for at kunne gengive den dybeste tone, så hvis 100 W per forstærker erfaringsmæssigt er nok, så vil der nu kræves 2 kW per forstærker, og der skal desuden benyttes det dobbelte antal. Det er her forudsat at bassen skal kunne gengives på fuldt niveau, ellers vil kravet til forstærkerens udgangseffekt kunne reduceres.

Konklusion

Den retningsbestemte højtaler kan realisere en sidedæmpningen på 6 dB fra 40 til 200 Hz, og dæmpningen af bagudrettet lyd er over 10 dB i samme område. Til sammenligning er det almindelige højtalersystem uden retningsvirkning ved de dybe frekvenser. Prisen er anvendelse af to højtalerkabinetter, to kraftige effektforstærkere og et filterkredsløb for hvert sted, hvor der skal opstilles en højtaler.

Ved en praktisk test skal det iagttages, at retningsvirkningen opnås ved at arbejde med højtalerenes fase, så det er vigtigt at kunne styre fasen meget præcist. Der mangler derfor et arbejde med at undersøge betydningen af en variation i parametrene. For at undgå en overbelastning af effektforstærker og højtaler, anbefales det at indføre et skarpt filter, der dæmper frekvenser under cirka 40 Hz inden de splittes op i de to kanaler.

1 - Tore Skogberg: *Loudspeaker Cabinet Diffraction*. Kan downloades som PDF fra dette link: <http://www.torean.dk/artikel/Diffraction.pdf>.

2 - Lennart Råde og Bertil Westergren: *Mathematics Handbook for Science and Engineering*, Studentlitteratur, femte udgave, 2004.